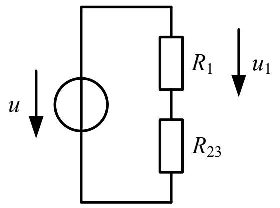
SOLUTIONS EXERCICES CHAPITRE 1 – Partie B

Exercice 1

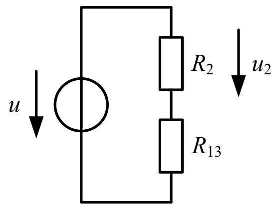
Le principe du diviseur de tension permet de calculer les trois tensions u_1, u_2 et u_3.

Pour appliquer correctement les relations, il est conseillé de simplifier le circuit par des mises en série de résistances.



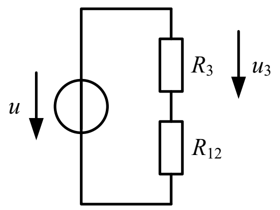
$$R_{23} = R_2 + R_3 = 13\ \text{k}\Omega$$

$$u_1 = u\frac{R_1}{R_1 + R_{23}} = 45\frac{2\cdot 10^3}{2\cdot 10^3 + 13\cdot 10^3} = 6\ \text{V}$$



$$R_{13} = R_1 + R_3 = 10\ \text{k}\Omega$$

$$u_2 = u\frac{R_2}{R_2 + R_{13}} = 45\frac{5\cdot 10^3}{5\cdot 10^3 + 10\cdot 10^3} = 15\ \text{V}$$



$$R_{12} = R_1 + R_2 = 7\ \text{k}\Omega$$

$$u_3 = u\frac{R_3}{R_3 + R_{12}} = 45\frac{8\cdot 10^3}{8\cdot 10^3 + 7\cdot 10^3} = 24\ \text{V}$$

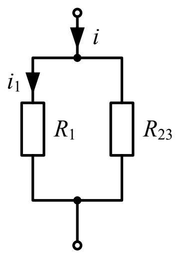
La somme des trois tensions vaut :

$$u_1 + u_2 + u_3 = 6 + 15 + 24 = 45\ \text{V} = u$$

Exercice 2

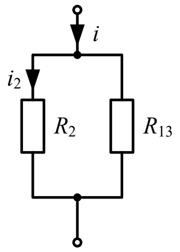
Le principe du diviseur de courant permet de calculer les trois courants i_1, i_2 et i_3.

Pour appliquer correctement les relations, il est conseillé de simplifier le circuit par des mises en parallèle de résistances.



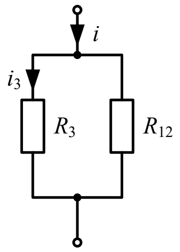
$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{24\cdot 24}{24 + 24} = \frac{574}{48} = 12\ \Omega$$

$$i_1 = i\frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} = 0.042\frac{12}{6 + 12} = 28\ \text{mA}$$



$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{6 \cdot 24}{6+24} = \frac{144}{30} = 4.8\ \Omega$$

$$i_2 = i\frac{R_{13}}{R_2 + R_{13}} = 0.042\frac{4.8}{24+4.8} = 7\ \text{mA}$$



$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \cdot 24}{6+24} = \frac{144}{30} = 4.8\ \Omega$$

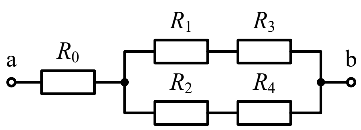
$$i_3 = i\frac{R_{12}}{R_3 + R_{12}} = 0.042\frac{4.8}{24+4.8} = 7\ \text{mA}$$

La somme des trois courants vaut :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 28 + 7 + 7 = 42\ \text{mA} = i$$

Exercice 3

La loi d'Ohm permet de calculer le courant i. On connaît la tension u. Il reste alors à simplifier le circuit entre les bornes **a** et **b** et le réduire à une résistance équivalente.



$$R_{\text{ab}} = R_0 + \frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = 10 + \frac{(15+3)(5+10)}{15+3+5+10} = 10 + \frac{270}{33} = 18.18\ \Omega$$

Le courant i débité par la source vaut alors :

$$i = \frac{u}{R_{\text{ab}}} = \frac{200}{18.18} = 11\ \text{A}$$

Le courant i_α peut être déterminé en tenant compte du diviseur de courant formé par les résistances R_1 en série avec R_3 et R_2 en série avec R_4 :

$$i_\alpha = i\frac{R_2+R_4}{R_1+R_2+R_3+R_4} = 11\frac{5+10}{15+5+3+10} = 11\frac{15}{33} = 5\ \text{A}$$

À l'aide de la loi de Kirchhoff pour le nœud **c**, on obtient :

$$i_\beta = i - i_\alpha = 11 - 5 = 6\ \text{A}$$

Pour calculer la tension u_{cb}, on peut utiliser la loi d'Ohm entre les nœuds **c** et **b** :

$$u_{\text{cb}} = i_\alpha(R_1+R_3) = 5(15+3) = 5 \cdot 18 = 90\ \text{V}$$

Pour calculer la tension u_{de}, on considère la maille (c – e – d) et on applique la loi de Kirchhoff pour les mailles :

$$u_{\mathrm{ce}} - u_{\mathrm{de}} - u_{\mathrm{cd}} = 0$$

$$u_{\mathrm{de}} = u_{\mathrm{ce}} - u_{\mathrm{cd}}$$

Pour calculer les tensions u_{cd} et u_{ce}, on utilise la loi de Ohm :

$$u_{\mathrm{cd}} = R_1 i_\alpha = 15 \cdot 5 = 75 \text{ V}$$

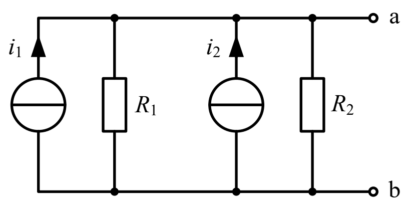
$$u_{\mathrm{ce}} = R_2 i_\beta = 5 \cdot 6 = 30 \text{ V}$$

On obtient enfin :

$$u_{\mathrm{de}} = u_{\mathrm{ce}} - u_{\mathrm{cd}} = 30 - 75 = -45 \text{ V}$$

Exercice 4

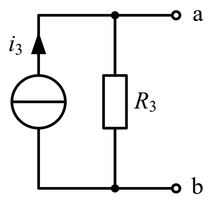
Une première transformation du circuit utilise l'équivalence *source de tension – source de courant* et permet d'avoir des éléments en parallèle :



$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{u_2}{R_2} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} \text{ A}$$

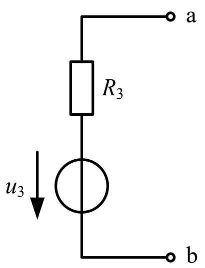
Mise en parallèle des éléments :



$$i_3 = i_1 + i_2 = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24} \text{ A}$$

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{60 \cdot 40}{60 + 40} = 24\ \Omega$$

Une dernière transformation du circuit utilise l'équivalence *source de courant – source de tension* et permet d'obtenir la source de tension en série avec la résistance :

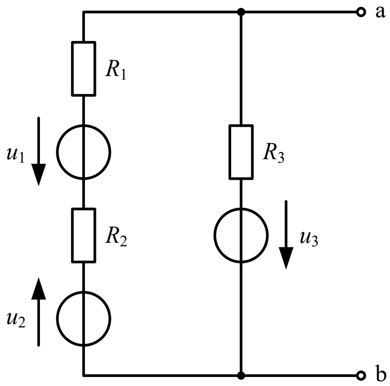


$$u_3 = R_3 \cdot i_3 = 24 \frac{7}{24} = 7 \text{ V}$$

$$R_3 = 24\ \Omega$$

Exercice 5

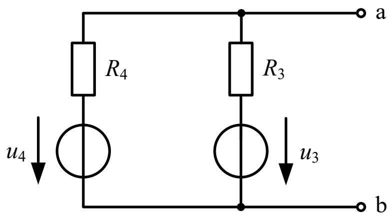
Une première transformation du circuit utilise l'équivalence *source de courant – source de tension* et permet d'avoir des éléments en série :



$$u_1 = R_1 \cdot i_1 = 30 \cdot 1.5 = 45 \text{ V}$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 = 70 \cdot 0.5 = 35 \text{ V}$$

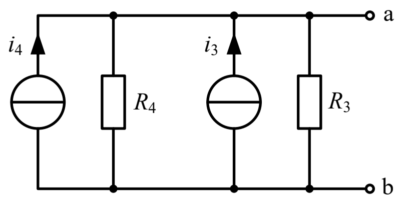
Mise en série des éléments :



$$u_4 = u_1 - u_2 = 45 - 35 = 10 \text{ V}$$

$$R_4 = R_1 + R_2 = 30 + 70 = 100\ \Omega$$

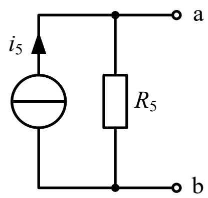
Une deuxième transformation du circuit utilisant l'équivalence *source de tension – source de courant* permet d'obtenir des sources de courant en parallèle :



$$i_4 = \frac{u_4}{R_4} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \text{ A}$$

$$i_3 = \frac{u_3}{R_3} = \frac{10}{300} = \frac{1}{30} \text{ A}$$

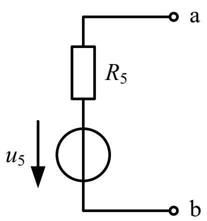
Mise en parallèle des éléments :



$$i_5 = i_4 + i_3 = \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{2}{15} \text{ A}$$

$$R_5 = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{300 \cdot 100}{300 + 100} = 75\ \Omega$$

Une dernière transformation du circuit utilise l'équivalence *source de courant – source de tension* et permet d'obtenir la source de tension en série avec la résistance :



$$u_5 = R_5 \cdot i_5 = 75 \frac{2}{15} = 10 \text{ V}$$

$$R_5 = 75\ \Omega$$

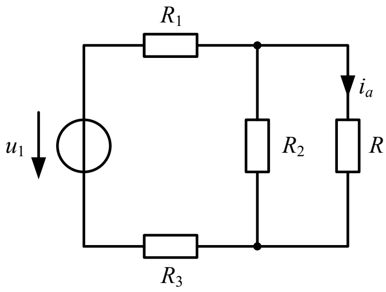
Exercice 6

Principe de superposition

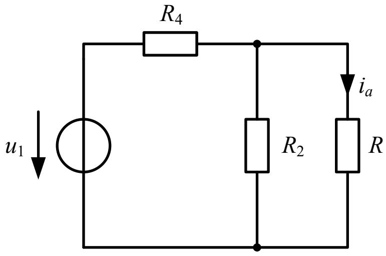
Pour résoudre les problèmes par le principe de superposition, nous allons considérer l'action de chaque source prise séparément, les autres sources étant annulées.

- Annulation d'une source de tension ⇨ La remplacer par un court-circuit
- Annulation d'une source de courant ⇨ La remplacer par un circuit ouvert

Action de la source de tension u_1 – Calcul du courant i_a

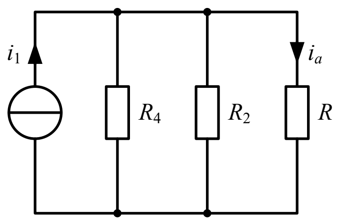


On commence par mettre en série les résistances R_1 et R_3 :



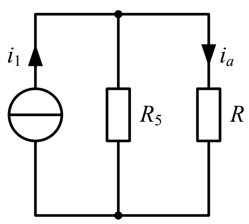
$$R_4 = R_1 + R_3 = 2 + 8 = 10\ \Omega$$

L'équivalence *source de tension – source de courant* donne comme résultat :



$$i_1 = \frac{u_1}{R_4} = \frac{20}{10} = 2\ \text{A}$$

On met en parallèle les résistances R_2 et R_4 :

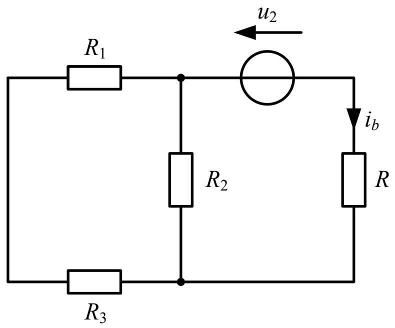


$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = \frac{100}{20} = 5\ \Omega$$

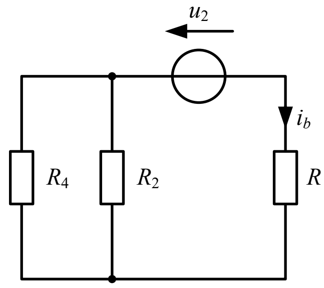
Pour terminer, on calcule le courant i_a à l'aide du principe du diviseur de courant :

$$i_a = i_1 \frac{R_5}{R + R_5} = 2\frac{5}{5+5} = 2\frac{5}{10} = 1\ \text{A}$$

Action de la source de tension u_2 – Calcul du courant i_b

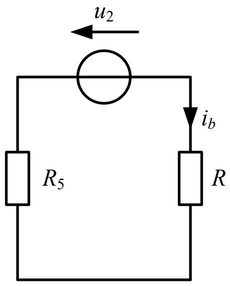


On commence par mettre en série les résistances R_1 et R_3 :



$$R_4 = R_1 + R_3 = 2 + 8 = 10\ \Omega$$

On met en parallèle les résistances R_2 et R_4 :



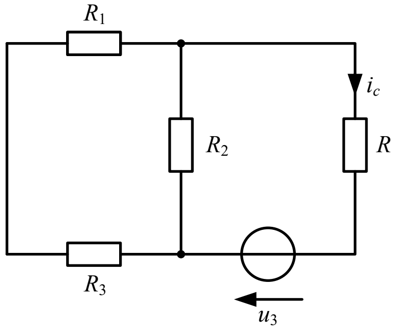
$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = \frac{100}{20} = 5\ \Omega$$

Pour terminer, on calcule le courant i_b à l'aide de la loi de Ohm :

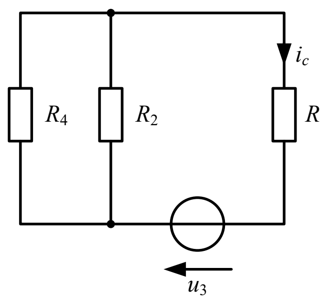
$$u_2 = i_b (R + R_5)$$

$$i_b = \frac{u_2}{R + R_5} = \frac{10}{5 + 5} = \frac{10}{10} = 1\ \mathrm{A}$$

Action de la source de tension u_3 – Calcul du courant i_c

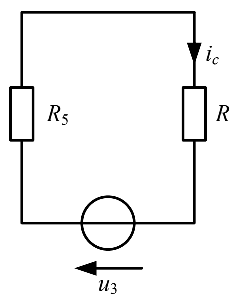


On commence par mettre en série les résistances R_1 et R_3 :



$$R_4 = R_1 + R_3 = 2 + 8 = 10\ \Omega$$

On met en parallèle les résistances R_2 et R_4 :



$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = \frac{100}{20} = 5\ \Omega$$

Pour terminer, on calcule le courant i_c à l'aide de la loi de Ohm :

$$u_3 = -i_c (R + R_5)$$

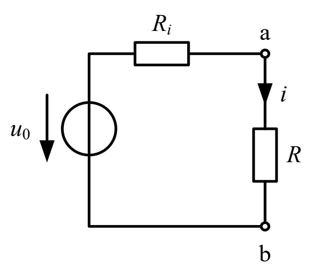
$$i_c = -\frac{u_3}{R + R_5} = -\frac{70}{5+5} = -\frac{70}{10} = -7\ \text{A}$$

En appliquant le principe de superposition, le courant i vaut :

$$i = i_a + i_b + i_c = 1 + 1 - 7 = -5\ \text{A}$$

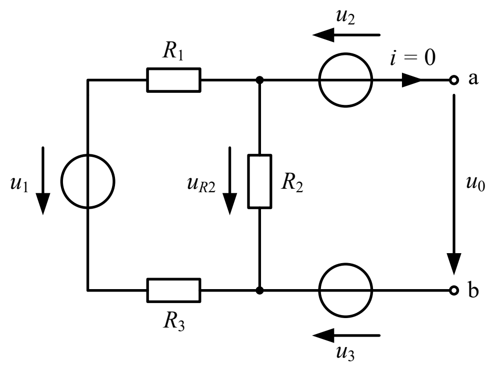
Théorème de Thévenin

Pour appliquer le théorème de Thévenin, il faut ramener le circuit au schéma suivant :



Tension de Thévenin – $\boldsymbol{u_0}$

Pour calculer la tension de Thévenin, on considère le circuit suivant :



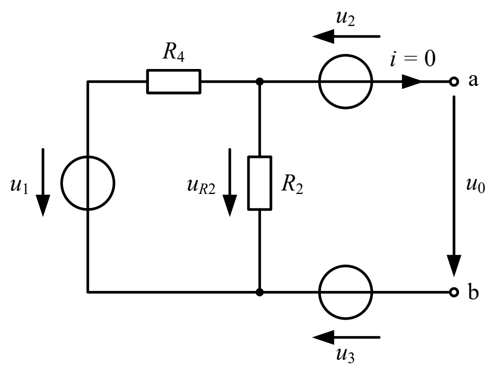
$$u_0 = u_{\text{ab}}\big|_{i=0}$$

La loi de Kirchhoff pour les mailles permet d'écrire la relation suivante :

$$u_0 + u_3 - u_{R2} - u_2 = 0$$

$$u_0 = u_{R2} + u_2 - u_3$$

La tension u_{R2} n'est pas connue et pour la calculer on met en série les résistances R_1 et R_3 et ensuite on utilise le principe du diviseur de tension étant donné que $i = 0$:



$$R_4 = R_1 + R_3 = 2 + 8 = 10\ \Omega$$

$$u_{R2} = u_1 \frac{R_2}{R_4 + R_2} = 20 \frac{10}{10+10} = 10\text{ V}$$

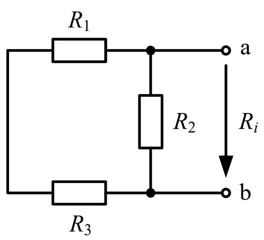
La tension de Thévenin est enfin donnée par :

$$u_0 = u_{R2} + u_2 - u_3 = 10 + 10 - 70 = -50\text{ V}$$

Résistance de Thévenin – $\boldsymbol{R_i}$

Pour calculer la résistance de Thévenin, on remplace les sources de tension par des court-circuits et les sources de courant par des circuits ouverts.

On obtient le schéma suivant :

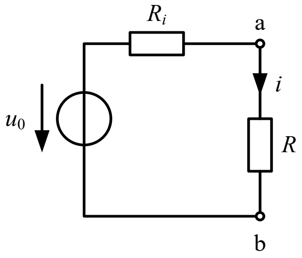


$$R_4 = R_1 + R_3 = 2 + 8 = 10\,\Omega$$

$$R_i = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10+10} = 5\,\Omega$$

Circuit équivalent

On obtient enfin le circuit équivalent suivant :

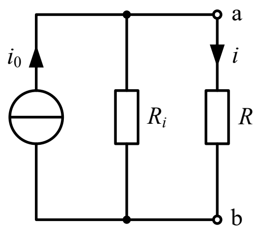


Loi d'Ohm :

$$i = \frac{u_0}{R_i + R} = \frac{-50}{5+5} = -\frac{50}{10} = -5 \text{ A}$$

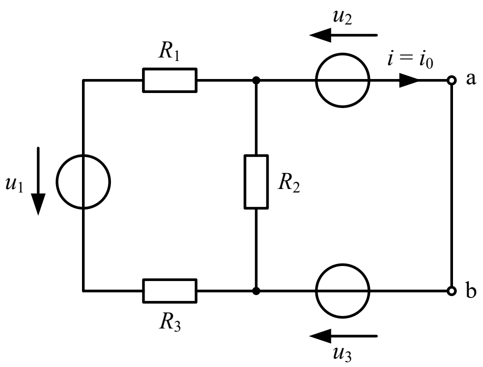
Théorème de Norton

Pour appliquer le théorème de Norton, il faut ramener le circuit au schéma suivant :



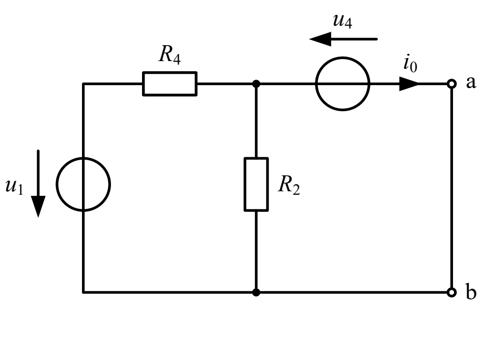
Courant de Norton – i_0

Pour calculer le courant de Norton, on considère le circuit suivant :



$$i_0 = i\big|_{u_{ab}=0}$$

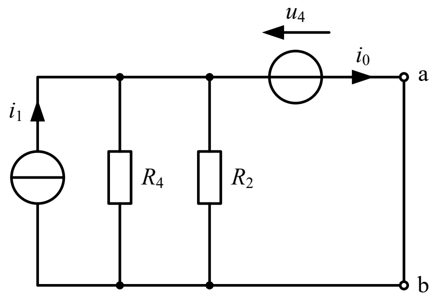
Pour simplifier le circuit, on met en série les résistances R_1 et R_3 et les sources de tension u_2 et u_3 :



$$R_4 = R_1 + R_3 = 2 + 8 = 10\ \Omega$$

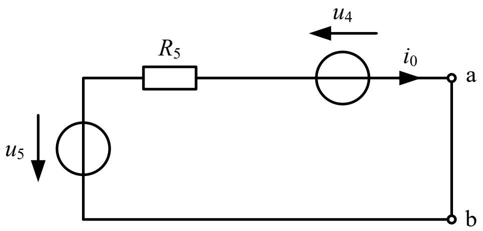
$$u_4 = u_2 - u_3 = 10 - 70 = -60 \text{ V}$$

À l'aide de l'équivalence *source de tension – source de courant*, on obtient :



$$i_1 = \frac{u_1}{R_4} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A}$$

On met en parallèle les résistances R_2 et R_4 et ensuite on utilise l'équivalence *source de courant – source de tension* :



$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5\ \Omega$$

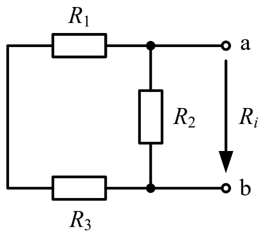
$$u_5 = R_5 \cdot i_1 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ V}$$

Le courant de Norton est enfin donné par la loi d'Ohm :

$$i_0 = \frac{u_4 + u_5}{R_5} = \frac{-60 + 10}{5} = -10 \text{ A}$$

Résistance de Norton – R_i

Pour calculer la résistance de Norton, on remplace les sources de tension par des court-circuits et les sources de courant par des circuits ouverts.
On obtient le schéma suivant :

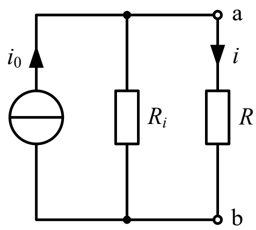


$$R_4 = R_1 + R_3 = 2 + 8 = 10\ \Omega$$

$$R_i = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5\ \Omega$$

Circuit équivalent

On obtient enfin le circuit équivalent suivant :



Diviseur de courant :

$$i = i_0 \frac{R_i}{R + R_i} = -10 \frac{5}{5+5} = -10 \frac{5}{10} = -5 \text{ A}$$

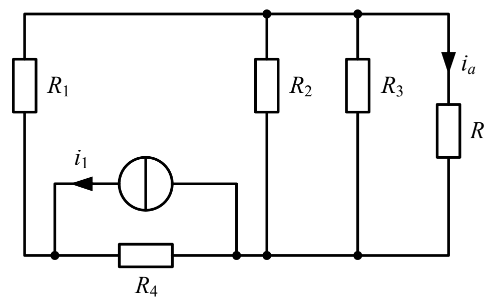
Exercice 7

Principe de superposition

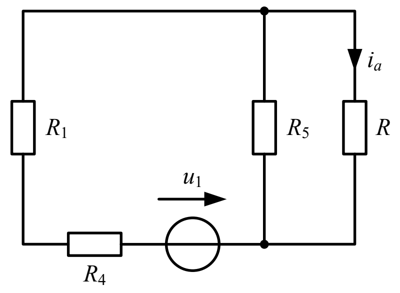
Pour résoudre les problèmes par le principe de superposition, nous allons considérer l'action de chaque source prise séparément, les autres sources étant annulées.

- Annulation d'une source de tension ⇨ La remplacer par un court-circuit
- Annulation d'une source de courant ⇨ La remplacer par un circuit ouvert

Action de la source de courant i_1 – Calcul du courant i_a



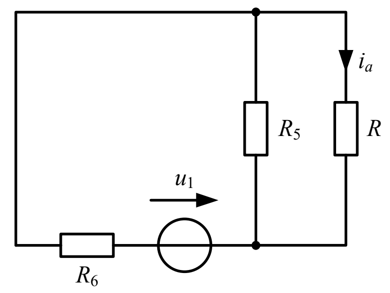
On commence par appliquer l'équivalence *source de courant – source de tension* et par la mise en parallèle des résistances R_2 et R_3 :



$$u_1 = R_4\, i_1 = 20 \cdot 0.5 = 10\ \mathrm{V}$$

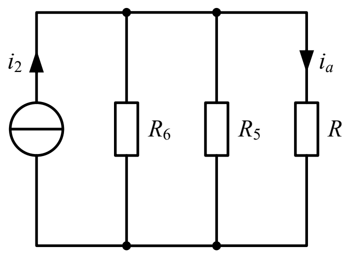
$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \cdot 30}{30 + 30} = \frac{900}{60} = 15\ \Omega$$

On met en série les résistances R_1 et R_4 :



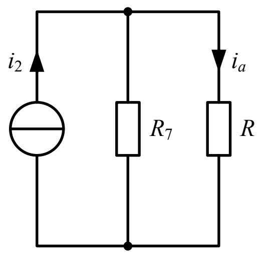
$$R_6 = R_1 + R_4 = 10 + 20 = 30\ \Omega$$

L'équivalence *source de tension – source de courant* donne comme résultat :



$$i_2 = \frac{u_1}{R_6} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}\ \mathrm{A}$$

On met en parallèle les résistances R_5 et R_6 :

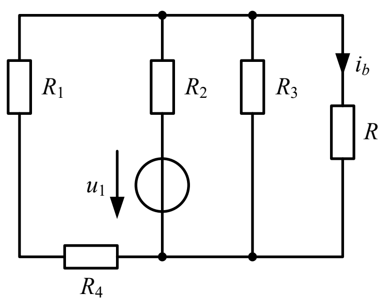


$$R_7 = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{15 \cdot 30}{15+30} = \frac{450}{45} = 10\ \Omega$$

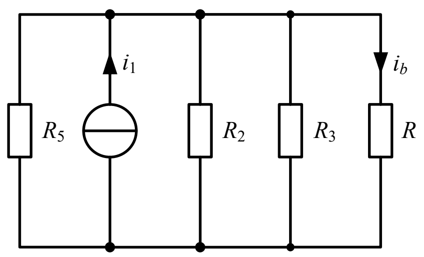
Pour terminer, on calcule le courant i_a à l'aide d'un diviseur de courant :

$$i_a = i_2 \frac{R_7}{R+R_7} = \frac{1}{3}\frac{10}{30+10} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}\ \mathrm{A}$$

Action de la source de tension u_1 – Calcul du courant i_b



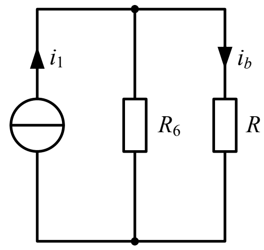
On commence par appliquer l'équivalence *source de tension – source de courant* et par la mise en série des résistances R_1 et R_4 :



$$i_1 = \frac{u_1}{R_2} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}\ \mathrm{A}$$

$$R_5 = R_1 + R_4 = 10 + 20 = 30\ \Omega$$

On met en parallèle les résistances R_2, R_3 et R_5 :



$$\frac{1}{R_6}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}=\frac{1}{30}+\frac{1}{30}+\frac{1}{30}=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}\,\mathrm{S}$$

$$R_6=10\,\Omega$$

Pour terminer, on calcule le courant i_b à l'aide d'un diviseur de courant :

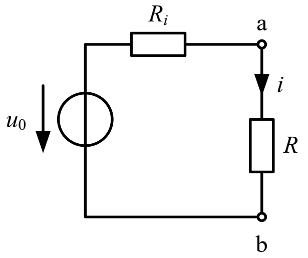
$$i_b=i_1\frac{R_6}{R+R_6}=\frac{2}{3}\frac{10}{30+10}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}\,\mathrm{A}$$

En appliquant le principe de superposition, le courant i vaut :

$$i=i_a+i_b=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}=\frac{3}{12}=0.25\ \ \mathrm{A}$$

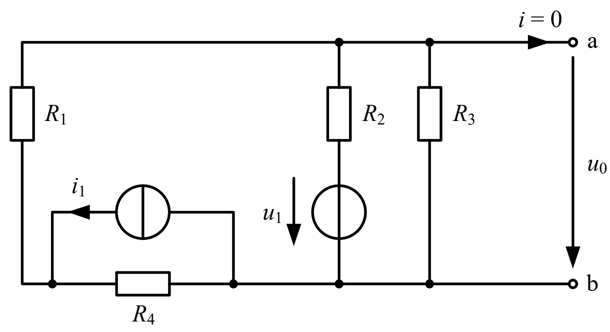
<u>Théorème de Thévenin</u>

Pour appliquer le théorème de Thévenin, il faut ramener le circuit au schéma suivant :



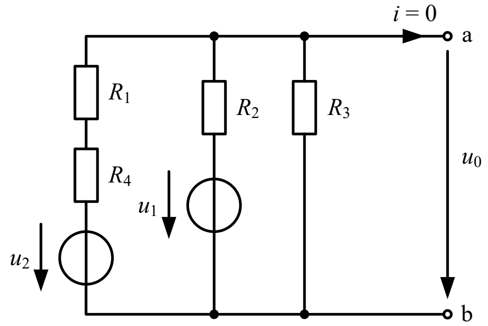
Tension de Thévenin – u_0

Pour calculer la tension de Thévenin, on considère le circuit suivant :



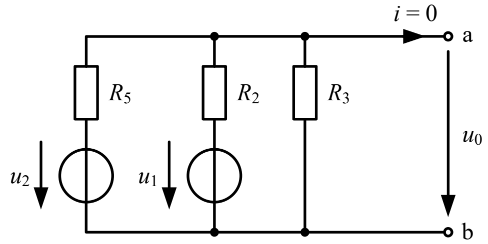
$$u_0=u_{\mathrm{ab}}\big|_{i=0}$$

À l'aide de l'équivalence *source de courant – source de tension*, on obtient :



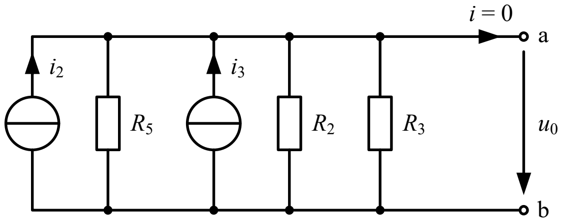
$$u_2 = R_4 \cdot i_1 = 20 \cdot 500 \cdot 10^{-3} = 10\ \mathrm{V}$$

On met en série des résistances R_1 et R_4 :



$$R_5 = R_1 + R_4 = 10 + 20 = 30\ \Omega$$

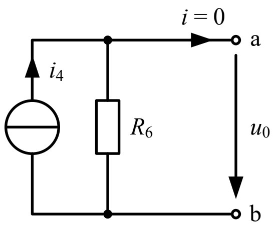
À l'aide de l'équivalence *source de tension – source de courant*, on obtient :



$$i_2 = \frac{u_2}{R_5} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}\ \mathrm{A}$$

$$i_3 = \frac{u_1}{R_2} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}\ \mathrm{A}$$

La mise en parallèle des sources de courant et des résistances donne comme résultat :



$$i_4 = i_2 + i_3 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1\ \mathrm{A}$$

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{1}{10}\ \mathrm{S}$$

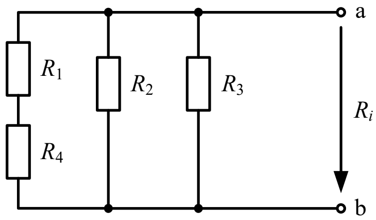
$$R_6 = 10\ \Omega$$

Étant donné que $i = 0$, on peut calculer la tension de Thévenin à l'aide de la loi d'Ohm :

$$u_0 = R_6 \cdot i_4 = 10 \cdot 1 = 10\ \mathrm{V}$$

Résistance de Thévenin – R_i

Pour calculer la résistance de Thévenin, on remplace les sources de tension par des court-circuits et les sources de courant par des circuits ouverts.
On obtient le schéma suivant :



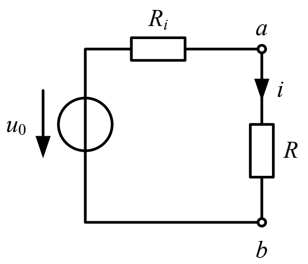
$$R_5 = R_1 + R_4 = 10 + 20 = 30\,\Omega$$

$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{1}{10}\,\mathrm{S}$$

$$R_i = 10\,\Omega$$

Circuit équivalent

On obtient enfin le circuit équivalent suivant :

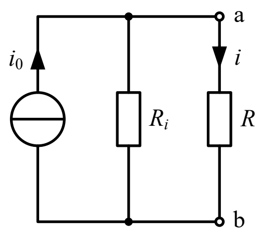


Loi d'Ohm :

$$i = \frac{u_0}{R_i + R} = \frac{10}{10 + 30} = 0.25\ \mathrm{A}$$

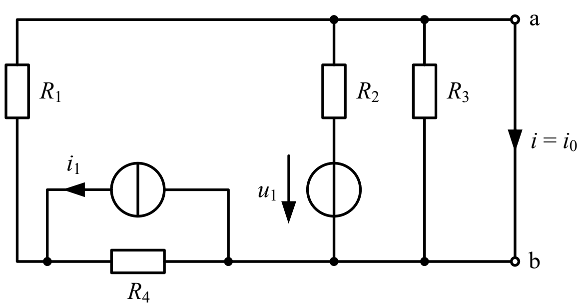
Théorème de Norton

Pour appliquer le théorème de Norton, il faut ramener le circuit au schéma suivant :



Courant de Norton – i_0

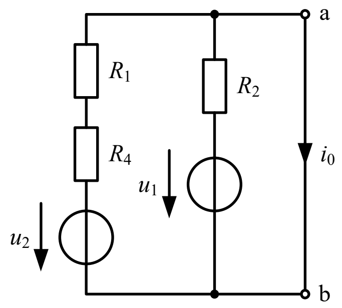
Pour calculer le courant de Norton, on considère le circuit suivant :



$$i_0 = i\big|_{u_{ab}=0}$$

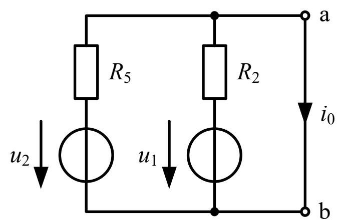
Étant donné que $u_{\mathrm{ab}} = 0$, on peut éliminer la résistance R_3.

L'équivalence *source de courant – source de tension* donne comme résultat :



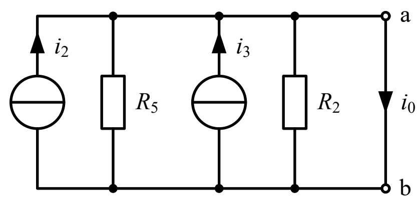
$$u_2 = R_4 \cdot i_1 = 20 \cdot 500 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ V}$$

Avec la mise en série des résistances R_1 et R_4, on obtient le circuit suivant :



$$R_5 = R_1 + R_4 = 10 + 20 = 30\ \Omega$$

À l'aide de l'équivalence *source de tension – source de courant*, on obtient :

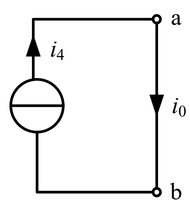


$$i_2 = \frac{u_2}{R_5} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \text{ A}$$

$$i_3 = \frac{u_1}{R_2} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

Étant donné que $u_{\mathrm{ab}} = 0$, on peut éliminer les résistances R_2 et R_5.

La mise en parallèle des sources de courant donne comme résultat :



$$i_4 = i_2 + i_3 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \text{ A}$$

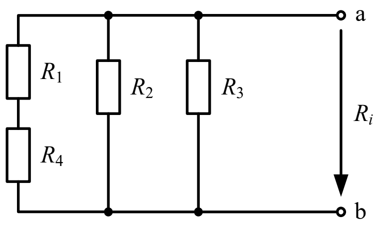
Pour i_0 on a enfin :

$$i_0 = i_4 = 1 \text{ A}$$

Résistance de Norton – R_i

Pour calculer la résistance de Norton, on remplace les sources de tension par des court-circuits et les sources de courant par des circuits ouverts.

On obtient le schéma suivant :



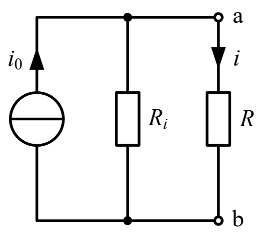
$$R_5 = R_1 + R_4 = 10 + 20 = 30\ \Omega$$

$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{1}{10}\ \mathrm{S}$$

$$R_i = 10\ \Omega$$

Circuit équivalent

On obtient enfin le circuit équivalent suivant :



Diviseur de courant :

$$i = i_0 \frac{R_i}{R + R_i} = 1 \frac{10}{30 + 10} = \frac{10}{40} = 0.25\ \mathrm{A}$$

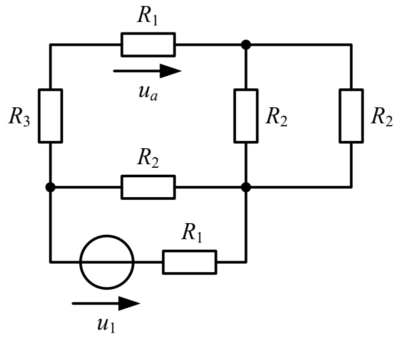
Exercice 8

Principe de superposition

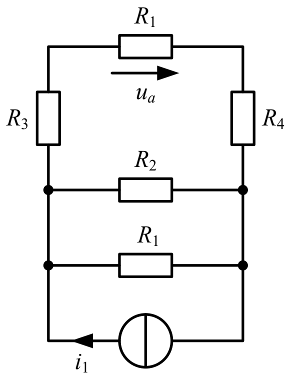
Pour résoudre les problèmes par le principe de superposition, nous allons considérer l'action de chaque source prise séparément, les autres sources étant annulées.

- Annulation d'une source de tension ⇨ La remplacer par un court-circuit
- Annulation d'une source de courant ⇨ La remplacer par un circuit ouvert

Action de la source de tension u_1 – Calcul de la tension u_a



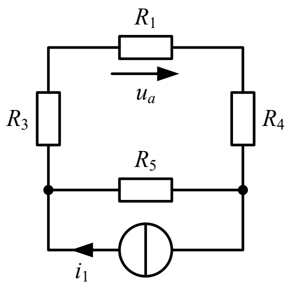
On commence par appliquer l'équivalence *source de tension – source de courant* et par la mise en parallèle des résistances R_2 et R_2 :



$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} = \frac{10}{5} = 2\text{ A}$$

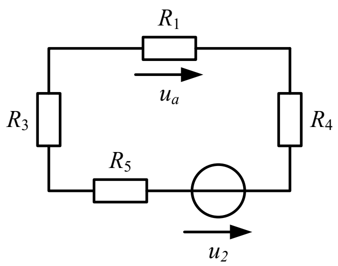
$$R_4 = \frac{R_2 \cdot R_2}{R_2 + R_2} = \frac{R_2}{2} = \frac{10}{2} = 5\,\Omega$$

On met en parallèle les résistances R_1 et R_2 :



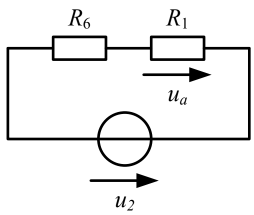
$$R_5 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}\,\Omega$$

L'équivalence *source de courant – source de tension* donne comme résultat :



$$u_2 = R_5 i_1 = \frac{10}{3} \cdot 2 = \frac{20}{3}\text{ V}$$

On met en série les résistances R_3, R_4 et R_5 :

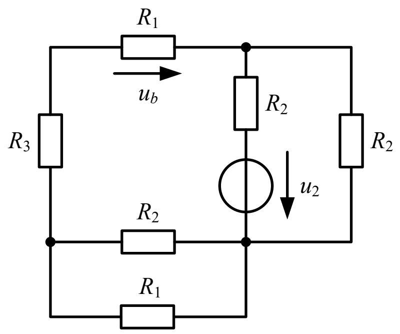


$$R_6 = R_3 + R_4 + R_5 = 20 + 5 + \frac{10}{3} = \frac{85}{3}\,\Omega$$

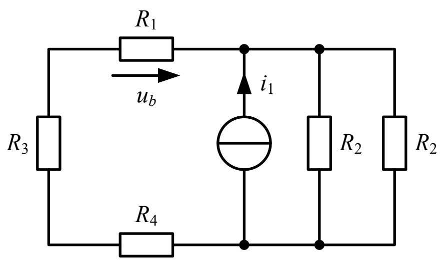
Pour terminer, on calcule la tension u_a à l'aide du principe du diviseur de tension :

$$u_a = u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_6} = \frac{20}{3} \frac{5}{5 + \frac{85}{3}} = \frac{20}{3} \frac{15}{100} = 1\text{ V}$$

Action de la source de tension u_2 – Calcul de la tension u_b



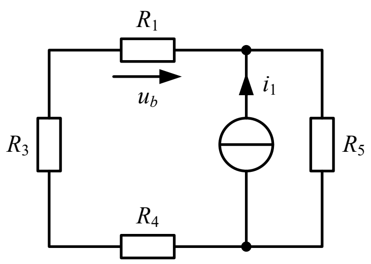
On commence par appliquer l'équivalence *source de tension – source de courant* et par la mise en parallèle des résistances R_1 et R_2 :



$$i_1 = \frac{u_2}{R_2} = \frac{20}{10} = 2\ \text{A}$$

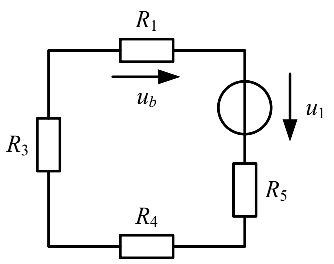
$$R_4 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}\ \Omega$$

On met en parallèle les résistances R_2 et R_2 :



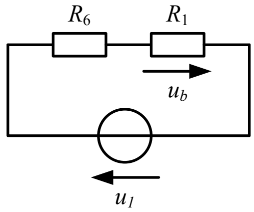
$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_2}{R_2 + R_2} = \frac{R_2}{2} = \frac{10}{2} = 5\ \Omega$$

L'équivalence *source de courant – source de tension* donne comme résultat :



$$u_1 = R_5\, i_1 = 5 \cdot 2 = 10\ \text{V}$$

On met en série les résistances R_3, R_4 et R_5 :



$$R_6 = R_3 + R_4 + R_5 = 20 + \frac{10}{3} + 5 = \frac{85}{3}\ \Omega$$

Pour terminer, on calcule la tension u_b à l'aide du principe du diviseur de tension :

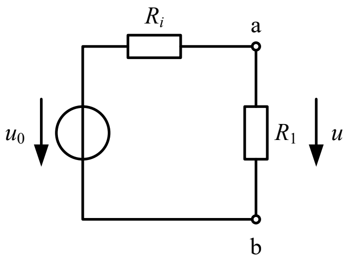
$$u_b = -u_1 \frac{R_1}{R_1 + R_6} = -10 \frac{5}{5 + \frac{85}{3}} = -10 \frac{15}{100} = -1.5\ \mathrm{V}$$

En appliquant le principe de superposition, la tension u vaut :

$$u = u_a + u_b = 1 - 1.5 = -0.5\ \mathrm{V}$$

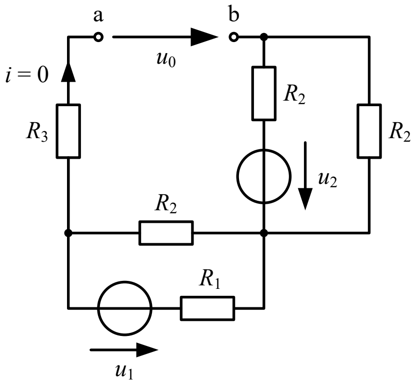
<u>Théorème de Thévenin</u>

Pour appliquer le théorème de Thévenin, il faut ramener le circuit au schéma suivant :



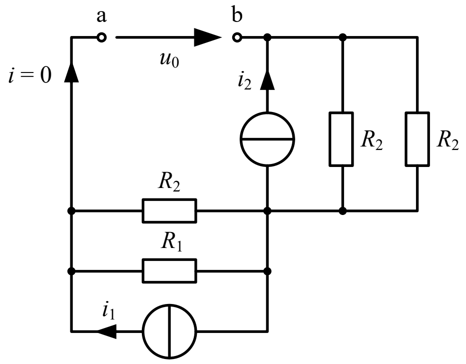
Tension de Thévenin – u_0

Pour calculer la tension de Thévenin, on considère le circuit suivant :



$$u_0 = u_{\mathrm{ab}}\big|_{i=0}$$

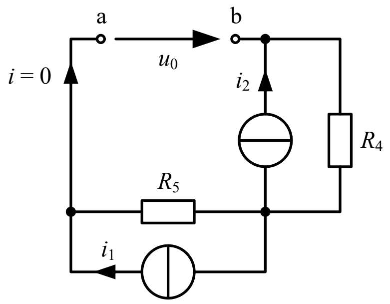
La condition $i = 0$ permet d'éliminer la résistance R_3.
À l'aide de l'équivalence *source de tension – source de courant*, on obtient :



$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{u_2}{R_2} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A}$$

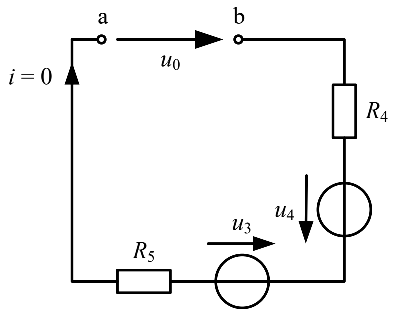
Pour simplifier le circuit, on met en parallèle R_1 avec R_2 et R_2 avec R_2 :



$$R_4 = \frac{R_2 \cdot R_2}{R_2 + R_2} = \frac{R_2}{2} = \frac{10}{2} = 5\,\Omega$$

$$R_5 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{10}{3}\,\Omega$$

L'équivalence *source de courant – source de tension* donne comme résultat :



$$u_3 = R_5 \cdot i_1 = \frac{10}{3} \cdot 2 = \frac{20}{3} \text{ V}$$

$$u_4 = R_4 \cdot i_2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ V}$$

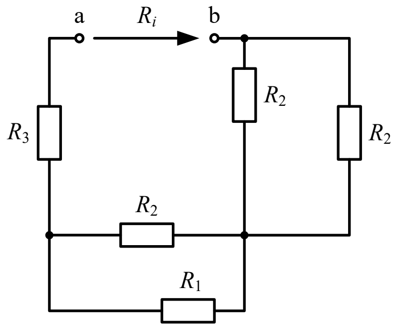
Étant donné que $i = 0$, la tension de Thévenin est enfin donnée par l'application de la loi d'Ohm :

$$u_0 - u_3 + u_4 = 0$$

$$u_0 = u_3 - u_4 = \frac{20}{3} - 10 = \frac{20 - 30}{3} = -\frac{10}{3} \text{ V}$$

Résistance de Thévenin – R_i

Pour calculer la résistance de Thévenin, on remplace les sources de tension par des court-circuits et les sources de courant par des circuits ouverts.
On obtient le schéma suivant :

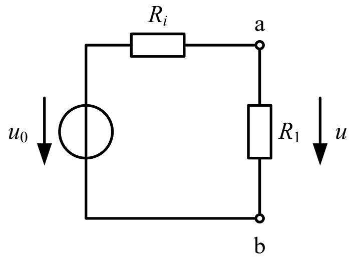


$$R_i = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_2 \cdot R_2}{R_2 + R_2} = 20 + \frac{5 \cdot 10}{5+10} + \frac{R_2}{2} =$$

$$= 20 + \frac{50}{15} + 5 = \frac{425}{15} = \frac{85}{3}\,\Omega$$

Circuit équivalent

On obtient enfin le circuit équivalent suivant :



Loi d'Ohm :

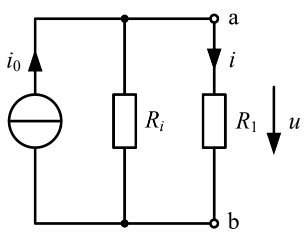
$$i = \frac{u_0}{R_i + R} = \frac{10}{50+50} = 0.1\,\mathrm{A}$$

Pour terminer, on calcule la tension u à l'aide du principe du diviseur de tension :

$$u = u_0 \frac{R_1}{R_1 + R_i} = -\frac{10}{3}\frac{5}{5+\frac{85}{3}} = -\frac{10}{3}\frac{15}{100} = -0.5\,\mathrm{V}$$

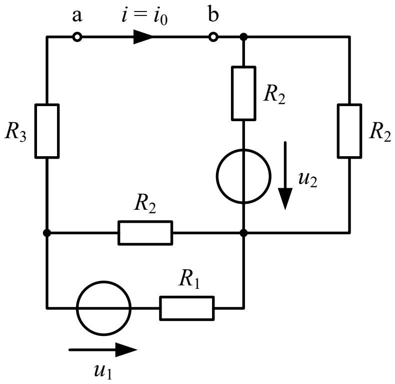
<u>Théorème de Norton</u>

Pour appliquer le théorème de Norton, il faut ramener le circuit au schéma suivant :



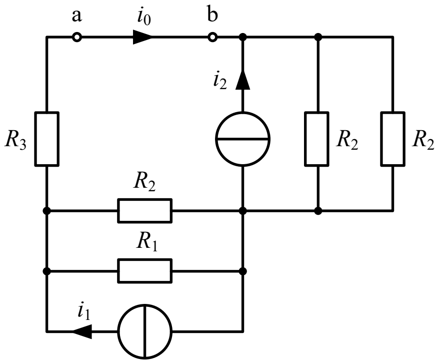
Courant de Norton – i_0

Pour calculer le courant de Norton, on considère le circuit suivant :



$$i_0 = i\big|_{u_{ab}=0}$$

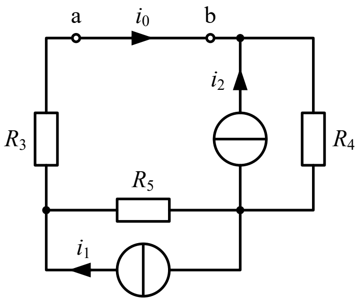
À l'aide de l'équivalence *source de tension – source de courant*, on obtient :



$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} = \frac{10}{5} = 2\ \text{A}$$

$$i_2 = \frac{u_2}{R_2} = \frac{20}{10} = 2\ \text{A}$$

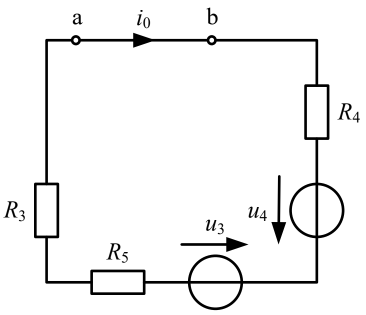
Pour simplifier le circuit, on met en parallèle R_1 avec R_2 et R_2 avec R_2 :



$$R_4 = \frac{R_2 \cdot R_2}{R_2 + R_2} = \frac{R_2}{2} = \frac{10}{2} = 5\ \Omega$$

$$R_5 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{10}{3}\ \Omega$$

L'équivalence *source de courant – source de tension* donne comme résultat :



$$u_3 = R_5 \cdot i_1 = \frac{10}{3} \cdot 2 = \frac{20}{3}\ \text{V}$$

$$u_4 = R_4 \cdot i_2 = 5 \cdot 2 = 10\ \text{V}$$

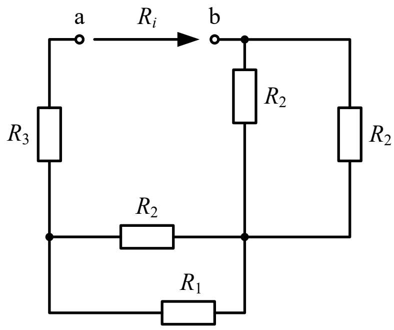
Le courant de Norton est enfin donné par l'application de la loi d'Ohm :

$$i_0 = \frac{u_3 - u_4}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{\frac{20}{3} - 10}{20 + 5 + \frac{10}{3}} = -\frac{10}{85}\ \mathrm{A}$$

Résistance de Norton – R_i

Pour calculer la résistance de Norton, on remplace les sources de tension par des court-circuits et les sources de courant par des circuits ouverts.

On obtient le schéma suivant :

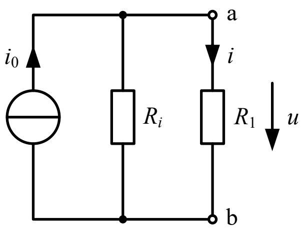


$$R_i = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_2 \cdot R_2}{R_2 + R_2} = 20 + \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} + \frac{R_2}{2} =$$

$$= 20 + \frac{50}{15} + 5 = \frac{425}{15} = \frac{85}{3}\ \Omega$$

Circuit équivalent

On obtient enfin le circuit équivalent suivant :



Diviseur de courant :

$$i = i_0 \frac{R_i}{R_i + R_1} = -\frac{10}{85} \frac{\frac{85}{3}}{\frac{85}{3} + 5} = -\frac{10}{85} \frac{85}{100} = -0.1\ \mathrm{A}$$

La tension u est enfin donnée par l'application de la loi d'Ohm :

$$u = R_1 \cdot i = 5 \cdot (-0.1) = -0.5\ \mathrm{V}$$